

Roll No.

Total No. of Questions : 9]
(2034)

[Total No. of Printed Pages : 16

UG (CBCS) IIIrd Year Annual Examination

3108

B.A./B.Sc. MATHEMATICS

(Probability and Statistics)

(SEC-3.1)

Paper : MATH313TH

Time : 3 Hours]

[Maximum Marks : 70

Note :- Attempt *five* questions in all. Section-A (Question No. 1) is compulsory. Attempt *four* questions from Section-B, selecting *one* question each from the Units-I, II, III and IV.

कुल पाँच प्रश्नों को हल कीजिए। खण्ड-अ (प्रश्न क्र. 1) अनिवार्य है। प्रत्येक इकाई I, II, III व IV से एक-एक प्रश्न का चयन करते हुए खण्ड-ब से चार प्रश्नों के उत्तर दीजिए।

CH-408

(1)

Turn Over

Section-A

(खण्ड-अ)

Compulsory Question

(अनिवार्य प्रश्न)

1. (i) A dice is thrown, what is the probability of getting prime number ?

एक पांसा फेंका जाता है, अभाज्य संख्या प्राप्त होने की क्या प्रायिकता है ?

- (ii) A continuous random variable X has probability density function given by

$$f(x) = \begin{cases} Ax^3, & 0 < x < 1 \\ 0, & \text{Otherwise} \end{cases}$$

Find A.

एक सतत यादृच्छिक चर X में निम्न द्वारा दिया गया संभाव्यता घनत्व फलन है :

$$f(x) = \begin{cases} Ax^3, & 0 < x < 1 \\ 0, & \text{अन्यथा} \end{cases}$$

A ज्ञात कीजिए।

- (iii) Let X has Pdf :

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x+1}{2}, & -1 < x < 1 \\ 0, & \text{Otherwise} \end{cases}$$

Find mean of X.

माना कि X के पास Pdf है :

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x+1}{2}, & -1 < x < 1 \\ 0, & \text{अन्यथा} \end{cases}$$

X का माध्य ज्ञात कीजिए।

- (iv) What is characteristic function of random variable X which takes values -1 and 1 with probability $\frac{1}{2}$.

यादृच्छिक चर X का विशिष्ट कार्य क्या है जो प्रायिकता $\frac{1}{2}$ के साथ -1 और 1 मान लेता है।

- (v) Find binomial distribution whose mean is 9 and standard deviation is $\frac{3}{2}$.

द्विपद बंटन ज्ञात कीजिए जिसका माध्य 9 और मानक विचलन $\frac{3}{2}$ है।

- (vi) In Poisson distribution $3P(X = 2) = P(X = 4)$ find λ .

प्वायसन वितरण $3P(X = 2) = P(X = 4)$ में λ ज्ञात कीजिए।

- (vii) Given that joint density

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{2}{3}(x+2y), & 0 < x < 1 \\ & 0 < y < 1 \\ 0, & \text{Otherwise} \end{cases}$$

Find marginal density of X.

दिये गये संयुक्त घनत्व में X का सीमान्त घनत्व ज्ञात कीजिए :

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{2}{3}(x+2y), & 0 < x < 1 \\ & 0 < y < 1 \\ 0, & \text{अन्यथा} \end{cases}$$

- (viii) Write two properties of joint distribution function.

संयुक्त वितरण फलन के दो गुण लिखिए। $2 \times 8 = 16$

Section-B

(खण्ड-ब)

Unit-I

(इकाई-I)

2. (a) A family have two children. Find the probability that both the children are boys, if it is known that :

(i) At least one is boy

(ii) The elder is boy

एक परिवार में दो बच्चे हैं। दोनों बच्चों के लड़के होने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए, यदि यह ज्ञात है कि :

(i) कम से कम एक लड़का है

(ii) बड़ा लड़का है

- (b) A husband and wife appear in an interview for two vacancies in the same post. The probability

of husband's selection is $\frac{1}{7}$ and that of wife's

selection is $\frac{1}{5}$. What is the probability that :

(i) Both of them will be selected

(ii) Only one of them will be selected

(iii) At least one of them will be selected

एक पति और पत्नी एक ही पद पर दो रिक्तियों के लिए साक्षात्कार में उपस्थित होते हैं। पति के चयन की सम्भावना $\frac{1}{7}$ है और पत्नी के चयन की सम्भावना $\frac{1}{5}$

है। इसकी क्या प्रायिकता है कि :

- इन दोनों का चयन किया जाएगा
- उनमें से केवल एक का चयन किया जाएगा
- उनमें से कम से कम एक का चयन किया जाएगा

3. (a) A random variable X has the following probability distribution :

X	0	1	2	3	4	5	6	7
P(X)	0	K	2K	2K	3K	K ²	2K ²	7K ² +K

Find :

- $P(X < 6)$
- $P(X \geq 6)$
- $P(0 < X < 5)$

एक यादृच्छिक चर X में निम्नलिखित संभाव्यता वितरण है :

X	0	1	2	3	4	5	6	7
P(X)	0	K	2K	2K	3K	K ²	2K ²	7K ² +K

ज्ञात कीजिए :

- $P(X < 6)$
- $P(X \geq 6)$
- $P(0 < X < 5)$

(b) $f(x) = \begin{cases} \frac{x+2}{18}, & -2 < x < 4 \\ 0, & \text{Otherwise} \end{cases}$ be a Pdf of X.

Find :

- $P(|X| < 1)$
- $P(X^2 < a)$

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x+2}{18}, & -2 < x < 4 \\ 0, & \text{अन्यथा} \end{cases}$$

X का एक Pdf है। ज्ञात कीजिए :

- $P(|X| < 1)$
- $P(X^2 < a)$

Unit-II

(इकाई-II)

4. (a) Let X be a random variable with the following probability distribution :

X	-3	6	9
P(X)	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$

Find :

- (i) $E(X)$ (ii) $E(X^2)$
(iii) $E(2X + 3)^2$

माना कि X एक निम्नलिखित संभाव्यता वितरण के साथ एक यादृच्छिक चर है :

X	-3	6	9
P(X)	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$

ज्ञात कीजिए :

- (i) $E(X)$ (ii) $E(X^2)$
(iii) $E(2X + 3)^2$

- (b) Let X be a discrete random variable whose probability distribution is :

$$P(X = x) = \begin{cases} K(x+1), & \text{for } x = 1, 2, 3, 4 \\ 2Kx, & \text{for } x = 5, 6, 7 \\ 0, & \text{Otherwise} \end{cases}$$

Where K is constant. Calculate $E(X)$.

माना कि X एक असतत यादृच्छिक चर है जिसका संभाव्यता वितरण है :

$$P(X = x) = \begin{cases} K(x+1), & \text{के लिए } x = 1, 2, 3, 4 \\ 2Kx, & \text{के लिए } x = 5, 6, 7 \\ 0, & \text{अन्यथा} \end{cases}$$

जहाँ K स्थिरांक है। $E(X)$ की गणना कीजिए। $7, 6\frac{1}{2}$

5. (a) Find the first four moments about origin for random variable X having density function :

$$f(x) = \begin{cases} \frac{4x(9-x^2)}{81}, & 0 \leq x \leq 3 \\ 0, & \text{Otherwise} \end{cases}$$

घनत्व फलन वाले यादृच्छिक चर X के लिए उत्पत्ति के विषय में पहले चार क्षण ज्ञात कीजिए :

$$f(x) = \begin{cases} \frac{4x(9-x^2)}{81}, & 0 \leq x \leq 3 \\ 0, & \text{अन्यथा} \end{cases}$$

(b) Find characteristic function of random variable

X having density function :

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2a}, & -a < x < a \\ 0, & \text{Otherwise} \end{cases}$$

घनत्व फलन वाले यादृच्छिक चर X का अभिलाक्षणिक फलन ज्ञात कीजिए :

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2a}, & -a < x < a \\ 0, & \text{अन्यथा} \end{cases} \quad 7,6\frac{1}{2}$$

Unit-III

(इकाई-III)

6. (a) A pair of dice is thrown 7 times. If getting a total of 7 is considered success, what is probability of :

- No success
- 6 success
- At least 6 success

CH-408

(10)

पासों का एक जोड़ा 7 बार फेंका जाता है। यदि कुल 7 प्राप्त करना सफलता माना जाता है तो इसकी प्रायिकता ज्ञात कीजिए :

- कोई सफलता नहीं
- 6 सफलता
- कम से कम 6 सफलता

(b) In 256 sets of 12 tosses of a coin, in how many cases one can expect 8 heads and 4 tails.

एक सिक्के को 12 बार उछालने के 256 सेटों में, 8 चित और 4 पट कितनी बार आ सकता है ? 7,6½

7. (a) If 2% of electric bulbs manufactured by certain company are defective, find probability that in a sample of 200 bulbs :

- Less than 2 bulbs are defective
- More than 3 bulbs are defective

Given $e^{-4} = .0183$.

CH-408

(11)

Turn Over

यदि किसी कम्पनी द्वारा निर्मित 2% बिजली के बल्ब खराब हैं, तो 200 बल्बों के एक नमूने में प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि :

- (i) 2 से कम बल्ब खराब हैं
- (ii) तीन से अधिक बल्ब खराब हैं

दिया है $e^{-4} = .0183$.

(b) Let X be a normal random variable with mean 10 and standard deviation 4. Find probability :

- (i) $P(12 \leq X \leq 15)$
- (ii) $P(X \geq 7)$

माना कि X, माध्य 10 और मानक 4 विचलन के साथ एक सामान्य यादृच्छिक चर है। संभाव्यता ज्ञात कीजिए :

- (i) $P(12 \leq X \leq 15)$
- (ii) $P(X \geq 7)$

Unit-IV

(इकाई-IV)

8. (a) Given the joint probability distribution of two random variable X and Y as shown below :

Y \ X	-1	1
-1	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{2}$
0	0	$\frac{1}{4}$
1	$\frac{1}{8}$	0

Find :

- (i) The marginal distribution X and Y
 - (ii) The conditional distribution X given $Y = 1$
- दिये गये दो यादृच्छिक चर X और Y का संयुक्त संभाव्यता वितरण आगे दिखाया गया है :

$\begin{matrix} X \\ Y \end{matrix}$	-1	1
-1	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{2}$
0	0	$\frac{1}{4}$
1	$\frac{1}{8}$	0

ज्ञात कीजिए :

- सीमान्त वितरण X और Y
 - सशर्त वितरण X दिया गया है $Y = 1$
- (b) The joint probability function of two dimensional random variables (X, Y) is given by :

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{8}{9}xy, & 1 \leq x \leq y \leq 9 \\ 0, & \text{Otherwise} \end{cases}$$

Find :

- Marginal density function of X and Y
- Conditional density function of Y given $X = x$, $Y = y$

दो आयामी यादृच्छिक चर (X, Y) का संयुक्त संभाव्यता फलन इस प्रकार दिया गया है :

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{8}{9}xy, & 1 \leq x \leq y \leq 9 \\ 0, & \text{अन्यथा} \end{cases}$$

ज्ञात कीजिए :

- X और Y का सीमान्त घनत्व फलन
- Y का सशर्त घनत्व फलन दिया गया है $X = x$, $Y = y$

7,6½

9. (a) The joint density function of two continuous random variable X and Y is given by :

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{2x+y}{210}, & 2 < x < 6 \\ & 0 < y < 5 \\ 0, & \text{Otherwise} \end{cases}$$

Find :

- $E(X)$
- $E(Y)$
- $E(XY)$
- $E(X^2)$
- $E(Y^2)$
- $V(X)$

दो सतत् यादृच्छिक चर X और Y का संयुक्त घनत्व फलन इस प्रकार दिया गया है :

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{2x+y}{210}, & 2 < x < 6 \\ 0, & 0 < y < 5 \\ \text{अन्यथा} & \end{cases}$$

ज्ञात कीजिए :

- (i) $E(X)$
 - (ii) $E(Y)$
 - (iii) $E(XY)$
 - (iv) $E(X^2)$
 - (v) $E(Y^2)$
 - (vi) $V(X)$
- (b) If X and Y are two random variables and a, b are constants then prove that :

$$E(aX + bY) = a E(X) + b E(Y)$$

यदि X और Y दो यादृच्छिक चर हैं और a, b स्थिरांक हैं तो सिद्ध कीजिए :

$$E(aX + bY) = a E(X) + b E(Y) \quad 7,6\frac{1}{2}$$