

Roll No.

Total No. of Questions : 9]
(2034)

[Total No. of Printed Pages : 8

UG (CBCS) 1st Year Annual Examination

2747

B.A./B.Sc. MATHEMATICS

(Differential Equations)

(Core)

Paper : MATH 102 TH

Time : 3 Hours]

[Maximum Marks : 70

Note :- Attempt *five* questions in all. Select *one* question each from the Units-I, II, III and IV of Section-B. Section-A is compulsory.

कुल पाँच प्रश्न कीजिए। खण्ड-ब की इकाई-I, II, III तथा IV से एक-एक प्रश्न कीजिए। खण्ड-अ अनिवार्य है।

Section-A (खण्ड-अ)

Compulsory Question

(अनिवार्य प्रश्न)

1. (i) Find the Wronskian of the functions $1, \sin x, \cos x$.

$1, \sin x, \cos x$ फलनों का रॉस्कियन ज्ञात कीजिए।

CH-47

(1)

Turn Over

(ii) Solve :

$$\frac{dy}{dx} = \frac{x-2y+5}{2x+y-1}$$

हल कीजिए :

$$\frac{dy}{dx} = \frac{x-2y+5}{2x+y-1}$$

(iii) Solve :

$$\frac{d^3y}{dx^3} - \frac{d^2y}{dx^2} - 12 \frac{dy}{dx} = 0$$

हल कीजिए :

$$\frac{d^3y}{dx^3} - \frac{d^2y}{dx^2} - 12 \frac{dy}{dx} = 0$$

(iv) Evaluate :

$$\frac{1}{D^2(D^2-1)}(2)$$

मान ज्ञात कीजिए :

$$\frac{1}{D^2(D^2-1)}(2)$$

(v) Define Legendre's linear differential equation.

लैंग्रेन्ड्रे के रैखिक अवकल समीकरण की परिभाषा दीजिए।

CH-47

(2)

(vi) Solve :

$$\frac{dx}{yz} = \frac{dy}{zx} = \frac{dz}{xy}$$

हल कीजिए :

$$\frac{dx}{yz} = \frac{dy}{zx} = \frac{dz}{xy}$$

(vii) Determine the order and degree of partial differential equation :

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} - 2 \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0$$

आंशिक अवकल समीकरण :

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} - 2 \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0$$

के आर्डर और घात को ज्ञात कीजिए।

(viii) Classify the partial differential equation :

$$y^2 r - 2xys + x^2 t = 0$$

आंशिक अवकल समीकरण $y^2 r - 2xys + x^2 t = 0$

को वर्गीकृत कीजिए।

2×8=16

CH-47

(3)

Turn Over

Section-B

(खण्ड-ब)

Unit-I

(इकाई-I)

2. (a) Solve :

$$(1 + e^{x/y})dx + e^{x/y} \left(1 - \frac{x}{y}\right)dy = 0$$

$$(1 + e^{x/y})dx + e^{x/y} \left(1 - \frac{x}{y}\right)dy = 0 \text{ को हल कीजिए।}$$

(b) Solve the differential equation :

$$(x^2y - 2xy^2)dx - (x^3 - 3x^2y)dy = 0$$

$$(x^2y - 2xy^2)dx - (x^3 - 3x^2y)dy = 0 \text{ अवकल समीकरण को हल कीजिए।}$$

6½,7

3. (a) Solve $y = 2px - p^2x$, where :

$$p = \frac{dy}{dx}$$

हल कीजिए : $y = 2px - p^2x$, जहाँ :

$$p = \frac{dy}{dx} \text{ है।}$$

(b) Solve :

$$p = \tan \left(x - \frac{p}{1+p^2} \right)$$

हल कीजिए :

$$p = \tan \left(x - \frac{p}{1+p^2} \right)$$

6½,7

Unit-II

(इकाई-II)

4. (a) Prove that :

$$\frac{1}{(D-a)^2} e^{ax} = \frac{x^2}{2} e^{ax}$$

सिद्ध कीजिए :

$$\frac{1}{(D-a)^2} e^{ax} = \frac{x^2}{2} e^{ax}$$

(b) Solve :

$$\frac{d^2y}{dx^2} - 4 \frac{dy}{dx} + 4y = e^x + \sin 2x$$

हल कीजिए :

$$\frac{d^2y}{dx^2} - 4 \frac{dy}{dx} + 4y = e^x + \sin 2x$$

6½,7

5. (a) Solve :

$$\frac{d^2y}{dx^2} - 3\frac{dy}{dx} + 2y = \sin e^{-x}$$

हल कीजिए :

$$\frac{d^2y}{dx^2} - 3\frac{dy}{dx} + 2y = \sin e^{-x}$$

(b) Solve :

$$\frac{d^2y}{dx^2} - 2\frac{dy}{dx} + 4y = e^x \cos x$$

हल कीजिए :

$$\frac{d^2y}{dx^2} - 2\frac{dy}{dx} + 4y = e^x \cos x$$

6½, 7

Unit-III

(इकाई-III)

6. (a) Solve by variation of parameters :

$$\frac{d^2y}{dx^2} + 4y = 4 \tan 2x$$

पैरामीटरों की भिन्नता विधि द्वारा $\frac{d^2y}{dx^2} + 4y = 4 \tan 2x$

को हल कीजिए।

CH-47

(6)

(b) Solve :

$$x^2 \frac{d^2y}{dx^2} + 4x \frac{dy}{dx} + 2y = x + \sin x$$

हल कीजिए :

$$x^2 \frac{d^2y}{dx^2} + 4x \frac{dy}{dx} + 2y = x + \sin x$$

6½, 7

7. (a) Solve :

$$\frac{dx}{x^2(y^3 - z^3)} = \frac{dy}{y^2(z^3 - x^3)} = \frac{dz}{z^2(x^3 - y^3)}$$

हल कीजिए :

$$\frac{dx}{x^2(y^3 - z^3)} = \frac{dy}{y^2(z^3 - x^3)} = \frac{dz}{z^2(x^3 - y^3)}$$

(b) Solve :

$$(2xz - yz)dx + (2yz - zx)dy - (x^2 - xy + y^2) dz = 0$$

हल कीजिए :

$$(2xz - yz)dx + (2yz - zx)dy - (x^2 - xy + y^2) dz = 0$$

6½, 7

CH-47

(7)

Turn Over

Unit-IV

(इकाई-IV)

8. (a) Form a partial differential by eliminating arbitrary function f from $z = f(x^2 + 2y^2)$.

$z = f(x^2 + 2y^2)$ से फलन f को विलुप्त करते हुए आंशिक अवकल समीकरण बनाइए।

- (b) Solve $x^2p + y^2q = z^2$, where $p = \frac{\partial z}{\partial x}, q = \frac{\partial z}{\partial y}$.

$x^2p + y^2q = z^2$ को हल कीजिए। जहाँ

$$p = \frac{\partial z}{\partial x}, q = \frac{\partial z}{\partial y} \text{ है।}$$

6½, 7

9. (a) Solve $xzp + yzq = xy$.

$xzp + yzq = xy$ को हल कीजिए :

- (b) Classify the following - partial differential equation :

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + 2 \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0$$

आंशिक अवकल समीकरण :

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + 2 \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0$$

को वर्गीकृत कीजिए।

9, 4½